



YLIOPPILASTUTKINTOLAUTAKUNTA
STUDENTEXAMENSÄMNDEN

Katsaus eurooppalaisiin sähköisiin koejärjestelmiin ja matematiikan ylioppilaskokeisiin

Digabi-projektin työpäperi 2013-10

lokakuu 2013

kirjoittajat:

Eveliina Hietakymi LuK

Projektipäällikkö Matti Lattu, Ylioppilastutkintolautakunta (esipuhe)

Käyttöoikeus



<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/deed.fi>

Creative Commons Nimeä-Ei muutoksia-Epäkaupallinen 3.0 Muokkaamaton -lisenssi.

Suvelahdenkatu 10 B
PL 50 00581 Helsinki

Puhelin / Telefon
0295 338 200

etunimi.sukunimi@ylioppilastutkinto.fi
förnamn.efternamn@ylioppilastutkinto.fi

Söderviksgatan 10 B
PB 50 00581 Helsingfors

Faksi / Fax
(09) 762 274

www.ylioppilastutkinto.fi
www.studentexamen.fi



Esipuhe

Sähköiseen ylioppilastutkintoon siirtyminen on puhuttanut erityisesti matemaattis-luonnontieteellisten aineiden opettajia. Tieteenaloihin liittyvät merkinnät ja piirrookset tuntuvat sopivan mahdollisimman huonosti sähköisesti tuotettavaksi. Osin tästä syystä ylioppilastutkintolautakunta päätti keväällä 2013 sähköistämisaikataulusta siten, että nämä oppiaineet ovat siirtymäjärjestyksen loppupäässä. Tämä antaa kouluille, kokeenlaatijoille ja ylioppilaskokeen sähköistämiprojekti Digabille mahdollisimman paljon aikaa löytää parhaat tekniset ratkaisut ja ottaa ne käyttöön opetuksessa.

Syksyllä 2013 ylioppilaskokeen sähköistämiprojekti Digabissa tiedettiin, että yllättävän monessa maassa oli jo järjestetty sähköisiä ylioppilastutkintoa vastaavia kokeita joko koeluontoisesti tai rutiininomaisesti. Tiedossamme oli muutamia maita, esimerkiksi Puola, jossa sähköisiä kokeita oli lähdetty kehittämään nimenomaan matematiikasta alkaen. Projektissa tämä herätti huomiota: poikkeavatko muiden maiden kokeet suomalaisista niin paljon, että heille sähköistäminen ei ole ongelma? Minkälaisia sähköisiä kokeita matemaattis-luonnontieteellisissä aineissa pidetään ylipäänsä?

Tässä kohdassa sattuma kävelytti vastauksen eteemme Helsingin yliopiston LuK Eveliina Hietakymmin muodossa. Eveliina oli harjoittelupaikkaa vailla ja hän oli kiinnostunut sähköisistä matematiikan kokeista. Lopun arvaattekin tai paremminkin voitte lukea. Tässä työpaperissa Eveliina raportoi kolmen viikon harjoittelun tuloksen.

Raportti antaa meille varsin lohdullisen viestin ainakin matematiikan osalta. Osaamisen mittaaminen on mahdollista myös tietotekniikan avulla.

Helsingissä

3.10.2013

Matti Lattu
projektipäällikkö



Sisällysluettelo

| | |
|--|----|
| Esipuhe..... | 2 |
| Sisällysluettelo | 3 |
| 1. Johdanto | 4 |
| 2. Tanska | 5 |
| Tanskan koetehtäviä:..... | 7 |
| 3. Norja | 8 |
| Norjan koekysymyksiä: | 9 |
| 4. Alankomaat..... | 10 |
| Alankomaiden koekysymyksiä: | 13 |
| 5. Slovakia | 14 |
| Slovakian koetehtäviä: | 16 |
| 6. Puola..... | 17 |
| Puolan koekysymyksiä: | 18 |
| Yhteenveto | 19 |
| Täältä löydät tietoa Suomen ylioppilaskokeen sähköistämisestä: | 19 |



I. Johdanto

Suomi ei ole yksin maailmankartalla sähköistämässä ylioppilastutkintoa. Seuraavassa katsastetaan muutamien eurooppalaisten valtioiden sähköisiä koejärjestelmiä erityisesti matematiikan kokeen osalta. Tarkastelussa ovat Tanskan, Norjan, Hollannin, Slovakian ja Puolan matematiikan kokeet. Maista Tanskassa, Hollannissa, Slovakiassa ja Puolassa on varsinainen ylioppilaskoe tehty tietokoneella. Norjassa tietokoneavusteisesti on tehty muun peruskoulutason kokeita.

Kaikkien maiden kokeet löytyvät internetistä vain alkuperäiskielellä. Niissä kohdin, kun tuntuu siltä, ettei matematiikka olekaan universaali kieli, Googlen kääntäjästä voi olla apua.

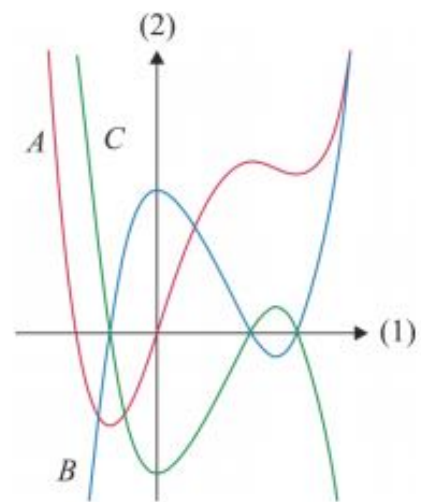


2. Tanska

Molemmissa tarkastelluista pohjoismaista ylioppilaskoe on kaksiosainen. Ensimmäinen, lyhyempi osuus tehdään ilman teknisiä apuvälineitä. Tanskassa ensimmäisessä osuudessa on käytettävissä ”sallittu kaavakokoelma”. Osuudella testataan muun muassa peruslaskurutiineja ja ymmärrystä vaikkapa funktion kulkuun vaikuttavista tekijöistä. Myös Suomessa ollaan siirtymässä kaksiosaiseen matematiikan kokeeseen keväällä 2016 alkaen.

På figuren ses graferne for tre funktioner. Det oplyses, at en af graferne er graf for funktionen f , og en anden er graf for f' .

- a) Gør rede for, hvilken af graferne A , B og C der er graf for f , og hvilken der er graf for f' .



Kuva 1. Tanskan ylioppilaskokeen ensimmäisen osuuden tehtävä, jossa on ilman laskimen apua on pääteltävä, mitkä kaksi kuvaajaa esittävät erästä funktiota ja sen derivaattafunktiota.

Osuus, jossa saa käyttää internetiä, on pituudeltaan kolme tuntia. Joinain vuosina kokeeseen on liittynyt niin sanottu valmistelumateriaali, johon on etukäteen saanut perehtyä 30 minuuttia. Materiaali on sisältänyt tietoa ja esimerkkitehtäviä lukion oppimäärän ylittävistä aiheista (esimerkiksi matriisilaskentaa, lineaarialgebraa, kompleksilukuja, osittaisderivointia). Kokeessa on ollut kysymyksiä näihin aiheisiin liittyen. Suomen pitkän matematiikan tähtitehtävät antaisivat tällaiseen työskentelyyn mahdollisuuden.



Eksempel 11: Bestemmelse af arten af stationære punkter

Vi vil bestemme eventuelle stationære punkter for funktionen f med forskriften:

$$f(x, y) = \frac{6y}{x^2 + y^2 + 4}$$

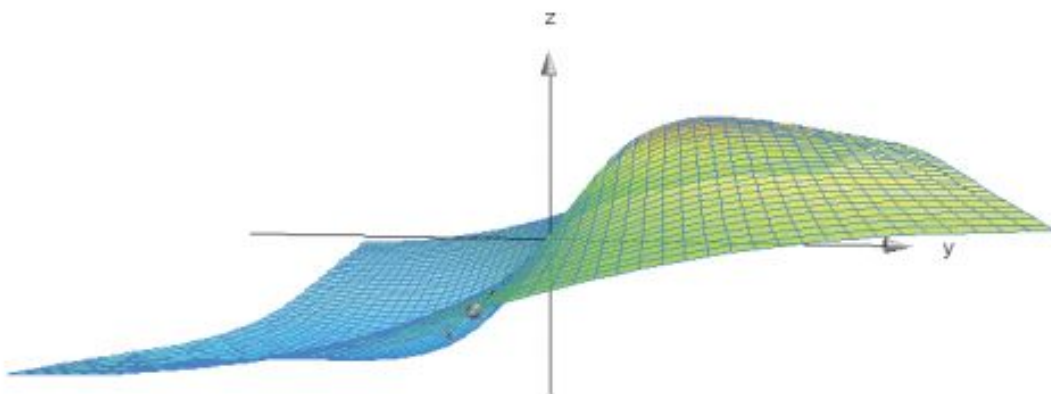
De partielt afledede bestemmes til (ved differentiation af sammensat funktion eller ved brug af et værktøjsprogram):

$$f'_x(x, y) = \frac{-12xy}{(x^2 + y^2 + 4)^2} \quad \text{og} \quad f'_y(x, y) = \frac{6(x^2 - y^2 + 4)}{(x^2 + y^2 + 4)^2}$$

Vi finder nu eventuelle stationære punkter ved at løse $f'_x(x, y) = 0$ og $f'_y(x, y) = 0$. I et værktøjsprogram bestemmes eventuelle stationære punkter ved at løse to ligninger med to ubekendte ved brug af en solve-kommando fx:

$$\text{solve} \left(\frac{-12 \cdot x \cdot y}{(x^2 + y^2 + 4)^2} = 0 \text{ and } \frac{-6 \cdot (y^2 - x^2 - 4)}{(y^2 + x^2 + 4)^2} = 0, x, y \right) \rightarrow x=0 \text{ and } y=-2 \text{ or } x=0 \text{ and } y=2$$

Vi får altså de to stationære punkter: $S_1(0, -2, f(0, -2)) = S_1(0, -2, -1.5)$ og $S_2(0, 2, f(0, 2)) = S_2(0, 2, 1.5)$. Af grafen fremgår det, at der er et lokalt minimum i S_1 og lokalt maksimum i S_2 .



Kuva 2. Valmistelumateriaalia osittaisderivoinnista.

Matematiikan kokeet ovat pdf-muodossa Tanskan opetusministeriön internetsivulla. Nähtävissä ei ole siis esimerkiksi mahdollisesti käytössä olevaa koejärjestelmää. Työkaluohjelma on käytännössä TI:n nSpire:n tietokoneversio tai Casion vastaava. Laskimia ei juurikaan käytetä. Ohjelmille on neuvoteltu melko edulliset kolmivuotiset lisenssit opiskelijoiden käyttöön. Kokemukset verkon käytöstä matematiikan kokeissa ovat olleet vähän huonoja. Opiskelijat pyrkivät etsimään verkosta valmiita ratkaisuja ja käyttivät tähän arvokasta pohtimis- ja laskuaikaa. Ymmärsin, että verkon käyttö matematiikan kokeissa tullaan kieltämään tai on jo kielletty. Kokeista ainoastaan A-taso on mahdollista tehdä digitaalisesti. A-tasoinen kokeen pystyy



kuitenkin tekemään myös perinteisesti. Tanskassa digitaalinen ylioppilaskoe on ollut käytössä vuodesta 2011 lähtien. Kokeilukäytössä koe oli vuotta aiemmin. Suomen tilanteesta tämä eroaa, sillä myös lyhyen matematiikan koe sähköistetään.

Sähköisen osuuden tehtävät ovat pääsääntöisesti hyvin samantyyppisiä kuin Suomen nykyisessä ylioppilaskokeessa. Tehtävissä on käsitelty funktioita, geometriaa ("tavallista" ja analyttistä, sekä tasolla että avaruudessa), differentiaaliyhtälöitä ja todennäköisyyksiä. Myös muista aiheista on tehtäviä. Mekaaniset laskutehtävät on käsitelty ensimmäisessä osakokeessa, joten lähes kaikki tehtävät ovat sanallisia. Internetin käyttömahdollisuutta ei kuitenkaan varsinaisesti korosteta, esimerkiksi tehtävänannoissa ei kehoiteta hyödyntämään internetiä. Uuden tiedon sovellustaitoja testataan tehtävillä, joihin on annettu valmistelumateriaalia. Materiaalissa on annettu joitain aiheesta kertovia linkkejä, joita kokelas voi käyttää kokeen aikana.

Lähes kaikkiin tehtäviin pystyisi vastaamaan ilman tietokoneen apua. Ainut tehtävätyyppi, johon kokelaat välttämättä tarvitsevat tietokonetta, on tilastolliset tehtävät, joihin aineisto annetaan Excel-tiedostoina. Aineistomäärät ovat niin laajoja, että niiden käsittely käsin on mahdotonta. Muutenkin Tanskan tilastotehtävät ylittävät Suomen opetussuunnitelman vaatimukset. Tanskalaiset kokelaat käsittelevät muun muassa p-arvoja ja luottamustasoja.

Joissain tehtävissä on myös ohjattu kokelasta ajattelemaan ja kertomaan ajatuksistaan:

*"Pohdi, onko malli realistinen."
"Selitä, mikä merkitys xx :llä on kaavassa yy ."*

Näin ollen kaikki tehtävät eivät ratkea pelkällä laskulla. Hyvälle vastaukselle on annettu myös kriteeriksi tekstin, merkintöjen ja asettelun yhtenäisyys ja selkeys sekä käytettyjen menetelmien ilmoittaminen (joko laskutoimitusten esittäminen tai työvälineiden perustelu), kuvien käyttö ja johtopäätösten tekeminen ratkaisusta.

Tanskan koetehtäviä:

- [Kaikki lukiotason kokeet](#) (täällä myös lisämateriaalit / ennakkomateriaali, Excel-tiedostot tehtäviin)
- Matematiikka on tanskaksi matematik



3. Norja

Norjassa on matematiikan ylioppilaskokeen kohdalla sama menettely kuin Tanskassa – ensimmäinen osuus kokeesta tehdään ilman apuvälineitä ja jälkimmäinen osuus apuvälineiden kanssa. Tanskasta eroten ensimmäisestä osiosta on selvittävä ilman annettuja kaavoja. Käytössä ovat vain kirjoitusvälineet, harppi ja viivain (myös asteviivain). Toisessa osuudessa *kaikki apuvälineet* ovat sallittuja paitsi internet ja muut yhteydenpitovälineet. Toisin sanoen tietokoneen käyttö ilman internetyhteyttä olisi kokeessa mahdollista tämän ohjeistuksen perusteella. Kysymykset kuitenkin ilmeisesti jaetaan ja vastaukset palautetaan vielä paperisena. Tehtävätyypit ja aihealueet eivät juuri eroa Suomen kirjoituksissa esiintyvistä. Mihinkään tehtävään ei siis välttämättä tarvitse tietokonetta. Suomen kokeesta eroten jokainen kokelas tekee kokeen kaikki 13 tehtävää (Tanskassa sama menettely, mutta heidän kokelaillaan on 17 tehtävää).

Norjankin kokeessa ohjataan kokelasta sanallistamaan ajatteluaan:

”Selitä, miksi.. Osoita, että.. Kommentoi vastausta.”

”Selitä tai näytä, miten olet ajatellut.”

”Mitä vastaus kertoo xx:stä?”

Hyvän vastauksen tulisi osoittaa kokelaan laskuvalmiuksia, matemaattista ymmärrystä, loogista päättelykykyä, soveltamistaitoja ja vastauksen mielekkyyden arviointia. Apuvälineiden hyödyntämistä, menettelytapoja ja saatuja vastauksia pitäisi perustella. Ymmärrettävästi ja tarkasti täytyisi käyttää tekstiä, laskuja, käsitteitä, taulukoita ja graafisia esityksiä. Suomenkin koetilanteessa tällainen hyvää vastausta ohjaava neuvo toisi varmasti turvaa kokelaalle.

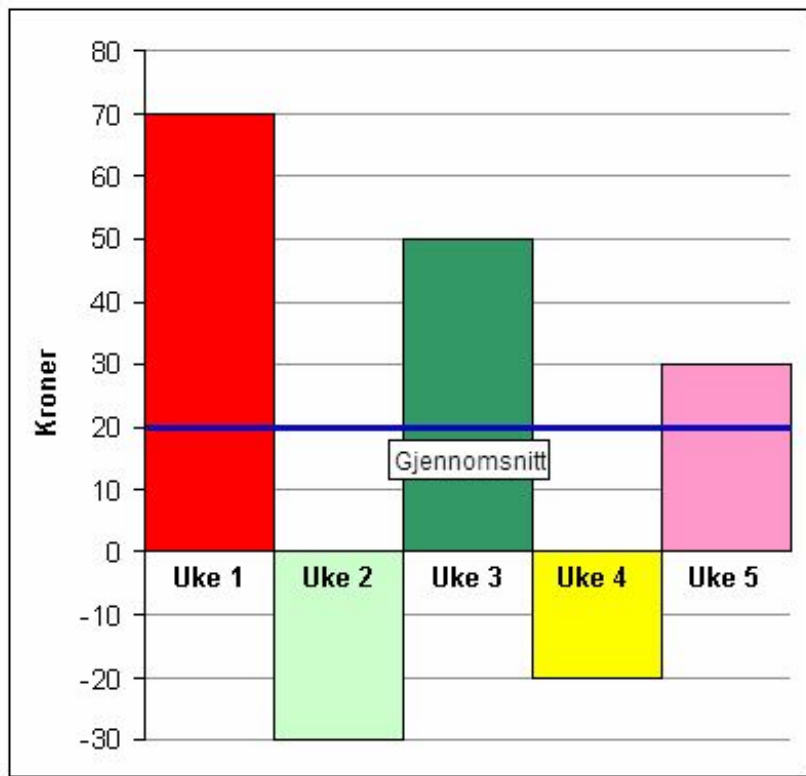
Varsinainen sähköinen koejärjestelmä on Norjassa käytössä suomalaisia valtakunnallisia kokeita vastaavassa *Kansallisessa kokeessa* (matematiikka ja englanti). Norjan Opetuksen ja koulutuksen johtokunnan internet-sivuilta löytyvät vuonna 2011 käytetyt tehtävät viides- ja kahdeksaluokkaisille. Tehtävät ovat siis peruskoulun oppimäärää vastaavia (muun muassa yhteen- ja vähennyslaskuja, yksikkömuunnoksia, yhtälöitä ja verrantoja, tilastokuvaajien ja -taulukoiden tulkintaa, aikalaskuja, käytännön geometriaa), eikä niitä suoraan pysty lukiotasolla hyödyntämään.



Noha kjøper og selger tegneserier. Diagrammet viser resultatet for fem uker.

Hvor mye tjente Noha i gjennomsnitt i disse fem ukene på kjøp og salg av tegneserier?

Svar ved å plassere den blå linjen i diagrammet.



Kuva 3. Esimerkkitehtävä Norjan kahdeksaluokkalaisten Kansallisesta kokeesta, jossa lukujen keskiarvo (=Gjennomsnitt) on ilmoitettava vetämällä sininen palkki oikealle kohdalle diagrammissa.

Toimintoina kokeessa on käytetty monivalintoja, alavetopalkkeja, pieniä ruutuja vastauksen kirjoittamiselle, kuvion raahaamista hiirellä ja piirtämistä. Tehtävät ovat hyvin suoraviivaisia, ja vastaukset yksiselitteisiä. Oikeasta vastauksesta saa yhden pisteen ja väärästä nolla pistettä. Vaikka monet tehtävät ovat vaikeasti ilman apuvälineitä ratkaistavissa, oppilaat eivät kirjoita laskutoimituksia ylös ja tietokonetta käytetään vain vastauksen jättämiseen. Sanallisten tehtävien muuttamiseksi matemaattiseen muotoon ja laskemista varten oppilaat saavat käyttää kynää ja paperia, mutta muiden apuvälineiden käyttö on kiellettyä.

Yksikäsitteiset vastaukset mahdollistavat sen, että tietokone korjaa kokeen ja tulokset ovat näin heti sekä oppilaan että opettajan tiedossa. Suomen ylioppilaskokeen kannalta tällä ei ole kuitenkaan merkitystä, sillä ratkaisuihin myös lasku- ja päättelyprosessi arvioidaan. Kaikki tehtävät eivät voi olla myöskään sellaisia, että niihin on vain yksi oikea vastaus.

Norjan koekysymyksiä:

- [Tietokoneella tehtävät kokeet](#) (5. ja 8. -luokkaisille, myös esimerkkitehtäviä)
- [Kaikki lukiotason kokeet](#)

Fagnavn: [Alle] Fagkode: [Alle] Prøveperiode: [V-2013] VELG

kokeet tulevat aakkosjärjestyksessä, M:n kohdalta löytää matikan pdf:t (ainoastaan vuoden 2013 kokeet ilman salasanaa)

- Matematiikka on norjaksi rekning tai matematikk



4. Alankomaat

Alankomaissa kokeiden laadinnasta ja sähköisistä koejärjestelmistä vastaa Cito-niminen organisaatio. Kokeita on sekä tietokoneella tehtäväksi että perinteisesti paperisena. Myös niin sanottu *mukautuva tietokonetestaus* (=computer adaptive testing CAT) on käytössä. Tässä järjestelmässä tietokone valitsee kokelaalle seuraavan tehtävän edellisten vastausten perusteella. Näin kokeeseen tulee sopivan tasoisia tehtäviä, jolloin oppilas pystyy näyttämään, mitä hän osaa - ei sitä, missä hän tekee virheitä. Lisäksi tietokoneen on mahdollista heti vastauksen jälkeen antaa oppilaalle palautetta työskentelystä.

Tämä eroaa suuresti siitä, mihin Suomessa on totuttu. Suomessa valittavana on kaksi eri tasoa – pitkä ja lyhyt matematiikka. Tämän jälkeen kaikille on samat tehtävät. Pedagogisesti olisi ideaalia, että kokelas suorittaisi aina oman tasoisensa kokeen. Toisaalta, miten voimme taata, ettei tietokone ole antanut oppilaalle ”liian helppoja” tehtäviä. Samalla ongelmana ovat jälleen tehtävät, joihin on monia mahdollisia ratkaisuja. Näitä tietokone tuskin vielä osaa tulkita.

Digitaaliseen demokokeeseen vuodelta 2012 pääsee tutustumaan verkossa. Kyseessä on WMBO-KB-tasoisien (toisen asteen ammatillinen keskitaso 12 – 16-vuotiaille) matematiikan koeympäristön esittelyvideo. Kokeen tekemistä ei siis valitettavasti pääse itse kokeilemaan. Demonäytteessä ei käydä läpi kaikkia kokeen kysymyksiä, mutta esitetyt painottuvat geometriaan ja avaruudelliseen hahmotuskykyyn. Muut toisen asteen koulutuslinjat ovat HAVO ja VWO, joiden kokeita (tosin internetissä vain paperiversioita) Cito myös laatii.

Videolla esitetyt tehtävät vaikuttavat tasoltaan siltä, että Suomessa näitä käytettäisiin yläkoulussa tai korkeintaan lyhyen matematiikan kokeissa. Paperiset HAVO- ja VWO-kokeet puolestaan ovat selkeästi lukiotasoa. Sekä paperiselle että tietokoneella tehtävälle kokeelle on ominaista, että koe koostuu muutamasta eri teemasta, joiden alle on koottu omat tehtäväsarjansa (yhdestä viiteen tehtävää teemaa kohden). Teeman alla on usein jonkinlainen alustus aiheeseen, ennakkotietoja sekä jonkinlainen kuvitus. Digitaalisessa kokeessa on hyödynnetty myös videomateriaalia.



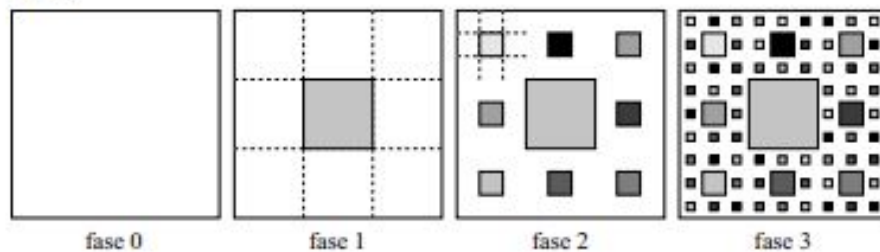
Kunstwerk

Een kunstenaar maakt een kunstwerk volgens een vastgesteld stappenplan. Hij begint met een geheel wit doek van 270 bij 270 cm. Dit is het kunstwerk in fase 0. Hij verdeelt dit doek in 9 vierkanten van 90 bij 90 cm. Het middelste vierkant geeft hij een andere kleur. Dit is het kunstwerk in fase 1.

De overige 8 witte vierkanten verdeelt hij ieder opnieuw in 9 kleinere vierkanten en telkens geeft hij het middelste vierkant een door hemzelf gekozen kleur. Nu is het kunstwerk in fase 2.

De overgebleven witte vierkanten worden opnieuw in negenen verdeeld en opnieuw worden de middelste vierkantjes gekleurd. Daarmee is het kunstwerk in fase 3. Zie de figuur.

figuur



De kunstenaar gaat op deze manier door tot fase 6, het uiteindelijke kunstwerk.

Het kunstwerk krijgt bij elke fase steeds meer gekleurde vierkantjes. Daarmee wordt de oppervlakte van het gedeelte van het doek dat nog wit is steeds kleiner. In de tabel is voor verschillende fasen het aantal gekleurde vierkantjes aangegeven. Deze tabel staat ook op de uitwerkbijlage.

tabel

| fase | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------------------------------------|---|---|---|----|---|---|---|
| aantal nieuwe gekleurde vierkantjes | - | 1 | 8 | 64 | | | |
| totaal aantal gekleurde vierkantjes | 0 | 1 | 9 | | | | |

- sp 21 Onderzoek hoeveel gekleurde vierkantjes het kunstwerk uiteindelijk bevat en hoeveel procent van het doek dan nog wit is. Je kunt hierbij de tabel op de uitwerkbijlage gebruiken.

Kuva 4. Esimerkki HAVO-kokeen tehtävästä. Tehtäväsarjan teema on Taideteos (=Kunstwerk). Teeman alla on taustatietoa ja aiheeseen liittyvät tehtävät numeroituina. Lisäksi tehtävän maksimipistemäärä on ilmoitettu.




Sähköisessä koeympäristössä on käytössä työkalupakki, joka sisältää yksinkertaisen laskimen (laskin ei pysty esimerkiksi symboliseen laskentaan tai funktioiden piirtämiseen). Työkalupakkia käytetään vastauksen kirjoittamiseen. Välivaiheet jäävät näkyviin. Laskimella näppäilyt laskut voi siirtää työkalupakin ruutuun joko välivaiheineen tai vain saadun vastauksen. Muita työkalupakin toimintoja ovat kaavakokoelma, matemaattiset erikoismerkit, taulukko, piirtotyökalu, murtoluvut, juuret ja potenssit. Yhdessä tehtävässä voi hyödyntää eri työkaluja. Työkalupakki toimii siis niin sanotun *WYSIWYG-kaavaeditorin* (=What You See Is What You Get) tapaan. Kaavakokoelma ilmeisesti päivittyy tehtävän aiheen mukaan – geometrian tehtävässä kokoelmassa on vain geometrisia kaavoja.

Preview Toets
kb-wi-12
Vraag 13 van 25

Rhönrad

Turners kunnen heel schuin met het rhönrad ronddraaien zonder om te vallen.

Op de foto zie je een rhönrad met een diameter van 195 cm. Het hoogste punt van de onderste hoepel is 110 cm boven de grond.



De hoek die het rhönrad met de grond maakt, is hoek A.

(3p) Bereken hoeveel graden hoek A is. Typ je berekening in.

sin hoek A = $\frac{110}{195}$

$110 \div 195 = 0,5641025641$

$\sin^{-1}(0,5641025641) = 34,339994944$

hoek A is 34°

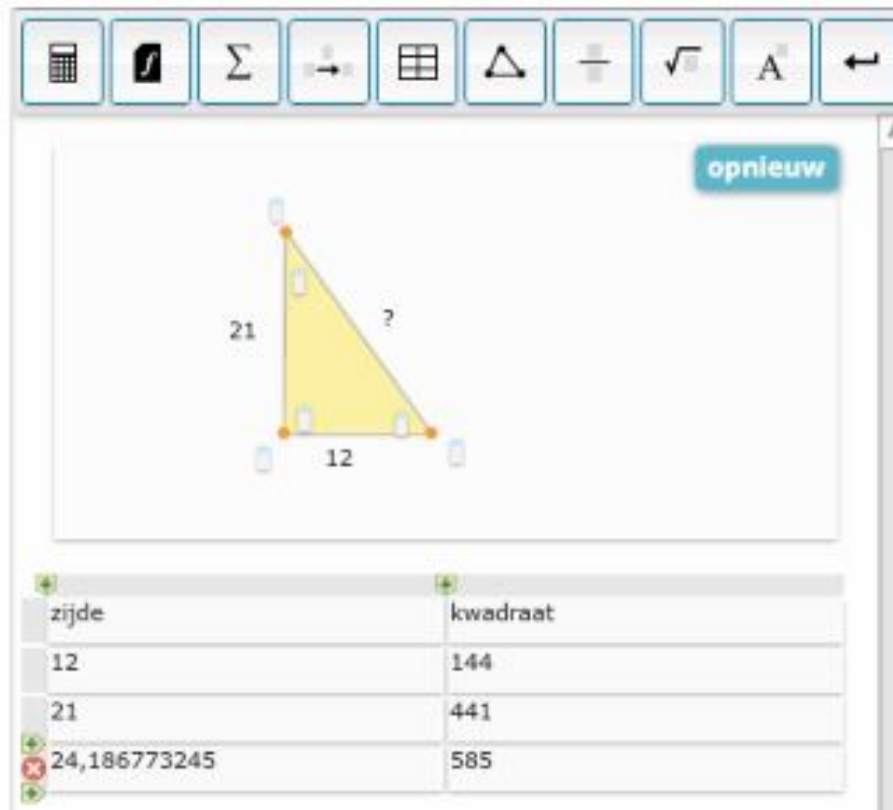
Rekenmachine

$\sin^{-1}(\text{Ans})$

34,339994944

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

Kuva 5. Koeympäristön sisällä tehtävänanto on vasemmalla ja työkalupakki oikealla. Ratkaisussa on käytetty työkaluista murtolukuja, laskinta ja matemaattisia erikoismerkkejä.



Kuva 6. Esimerkki piirto- ja taulukkotyökalujen käytöstä geometrian tehtävässä.

Vaikka Alankomaissa käytettävän sähköisen järjestelmän tehtävät ja työkalut ovat itsessään hieman ”alkeellisia” Suomen ylioppilaskirjoituksia ajatellen, antavat ne kuitenkin osviittaa siihen, millaisia toimintoja on mahdollisuus käyttää. Työkalupakki on pidetty yksinkertaisena, jotta oppilaan on helppo käyttää sitä. Yksi mahdollisuus olisi hyödyntää Suomen kokeen työkaluissa esimerkiksi GeoGebraa, jolla pystyy suorittamaan kaikki edellä mainitut toiminnot. GeoGebra uusin versio suoriutuu myös symbolisesta laskennasta.

Alankomaiden koekysymyksiä:

- [Sähköisen kokeen demovideo](#)
- [Paperisia lukiotason kokeita](#)
- Matematiikka on hollanniksi wiskunde



5. Slovakia

Slovakiassa ylioppilaskoetta vastaa Maturita-niminen (*Maturita = valmistuminen*) koe. Sen suorittaa vuosittain 60 000 kokeilasta, ja se oikeuttaa hakemaan korkeakoulutukseen. Sama koe järjestetään lukiolaisille ja ammatillisessa koulutuksessa oleville. Vuodesta 2009 lähtien slovakialaisen ylioppilaskokeen on saanut suorittaa myös sähköisesti (*Maturita Online* - projekti), mutta pakolliseksi sähköistäminen ei ole edennyt. Matematiikan kokeen teki 2013 sähköisesti lähes 15 % kokeilasta. Tasavertaisuuden nojalla tietokoneavusteiset kokeet ovat identtisiä paperikokeisiin.

Kokeen aikana ei saa käyttää oppikirjoja, muuta kirjallisuutta tai puhelinta. Matematiikan kokeeseen on annettu A4-kokoinen kaavakokoelma. Kokeilaiden on sallittu käyttää laskinta (ei kuitenkaan graafista tai symboliseen laskentaan pystyvää) sekä muistiinpanovälineitä.

Koe koostuu kahden tyyppistä tehtävistä: *lyhyen vastauksen tehtäviä on 20 kappaletta ja monivalintatehtäviä 10.* Norjan *Kansallisen kokeen* tapaan oikeasta vastauksesta saa pisteen, väärästä jää nolliille. Samoin kokeilaja palauttaa vain vastauksen, laskujen välivaiheita tai sanallisia perusteluja ei anneta. Vastaukset palautetaan täyttämällä lomake, jonka sähköistä versioita ei ole nähtävillä. Koeaika on kaksi tuntia eli yhtä tehtävää kohden kokeilajilla on aikaa keskimäärin neljä minuuttia, joten kokeen luonne on hyvin erilainen kuin Suomessa. Slovakiassa tietokoneavusteisuuden lähtökohdista ovat olleet tulosten nopea ja vaivaton analysointi (tehtävä- ja koulukohtaiset tilastot), eivätkä niinkään pedagogiset lähtökohdat.



- Pište perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou zapíšte pomocou desatinných čísel.
- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políček. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „-“ (minus).
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „-“ (minus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.
- Správne zapísaný výsledok $-3,1$:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| - | 3 | , | 1 | | | | | | |
- Nesprávne zapísaný výsledok $-3,1$:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| - | 3 | , | 1 | | | | | | |
- Oprava predchádzajúceho zápisu:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| - | 3 | , | 1 | | | | | | |
| - | 3 | , | 1 | | | | | | |
- Výsledok uvádzajte buď presný, alebo – ak je to desatinné číslo s viac ako dvomi desatinnými miestami – zaokrúhlený na dve desatinné miesta.
- Ak je váš výsledok celé číslo, nevyplňajte políčka za desatinnou čiarkou.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,...) nezapisujte do odpoveďového hárka.

Například:

výsledok 4 633 zapíšte:

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | 4 | 6 | 3 | 3 | , | | | |

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | 8 | 1 | , | 4 |
| | | | | | | | | | 2 |
| | | | | | | | | | |

výsledok $\frac{5}{3}$ (zlomok) zapíšte:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | 1 | , | 6 | 7 |

výsledok 1 : 8 (pomer) zapíšte:

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | 0 | , | 1 | 3 |

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede označte krížikom \times do príslušného políčka.

• Správne zaznačenie odpovede (A):

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| \times | | | | |

• Nesprávne zaznačenie odpovede (A):

| | | | | |
|----------|---|---|----------|---|
| A | B | C | D | E |
| \times | | | \times | |

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| \times | | | | |

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| \times | | | | |

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políček a zaplnené políčko dajte do krúžku:

| | | | | |
|----------|----------|---------|----------|----------|
| A | B | C | D | E |
| \times | \times | \circ | \times | \times |

Kuva 7. Maturita-kokeen vastauslomakkeen täyttöohje. Vastauksesi ei voi antaa tarkkaa arvoa vaan vastaukset annetaan kahden desimaalin tarkkuudella.

Nopeasti suoritettava koe ei juuri anna mahdollisuutta soveltavien tehtävien käyttöön. Testissä onkin lähinnä perustehtäviä, jotka Suomessa voisivat olla lyhyen matematiikan tasoisia. Eniten tehtäviä slovakialaisessa ylioppilaskokeessa on geometriasta (2013 kokeen sisällöstä noin 40 %) sekä yhtälöistä ja funktioista (30 %). Myös muut käsitellyt aihealueet sisältyvät Suomen lukion opetussuunnitelmaan. Suurimpana eroavaisuutena suomalaisen matematiikan ylioppilaskokeeseen on, että Maturitassa ei kokelaan tarvitse lainkaan derivoida tai integroida.



| PREHLAD VZŤAHOV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-------------------|-----------------------|--|---|-----------------------|---|----|-----|-----|-----|-----|-------|---|---------------|----------------------|----------------------|---|-------|---|----------------------|----------------------|---------------|---|
| Mocniny: $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$ $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Goniometrické funkcie: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ | | | | <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0°</th> <th>30°</th> <th>45°</th> <th>60°</th> <th>90°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>sin x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>cos x</td> <td>1</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> | | x | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | cos x | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| x | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| cos x | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Trigonometria: Sinusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosinusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Logaritmus: $\log_x (x \cdot y) = \log_x x + \log_x y$ $\log_x x^k = k \cdot \log_x x$ | | | $\log_x \frac{x}{y} = \log_x x - \log_x y$ $\log_y x = \frac{\log_x x}{\log_x y}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ $P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ $V'(k, n) = n^k$ $C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Analytická geometria: Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, t \in R$ Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a, b] \neq [0; 0]$ Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \cdot \vec{v} }$ Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $ Mp = \frac{ am_1 + bm_2 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Objemy a povrchy telies: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | kváder | valec | ihlan | kužeľ | guľa | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| objem | abc | $\pi r^2 v$ | $\frac{1}{3} S_p v$ | $\frac{1}{3} \pi r^2 v$ | $\frac{4}{3} \pi r^3$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| povrch | $2(ab + ac + bc)$ | $2\pi r^2 + 2\pi r v$ | $S_p + S_\mu$ | $\pi r^2 + \pi r s$ | $4\pi r^2$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Kuva 8. Maturita-kokeeseen annetuista kaavoista saa suuntaa-antavan käsityksen käsitellyistä aihealueista. Esi-merkiksi differentiaalilaskentaa ei kokeessa käsitellä.

Slovakian koetehtäviä:

- [Kaikki lukiotason kokeet](#)
- Matematiikka on slovakiksi matematika



6. Puola

E-matura on sähköinen koejärjestelmä ylioppilaskokeen suorittamiseen Puolassa. Järjestelmä on kehitetty varta vasten matemaattisen osaamisen testaamiseen. Matematiikan sähköisen suorittamisen taustalla on Puolassakin kokeiden korjaamisen nopeutuminen (automatoitu) sekä vastausten tallentaminen ja analysointi.

Käyttöjärjestelmän käyttämistä varten on oltava käyttäjätunnukset koulukohtaisille sivuille. Sähköisen kokeen pdf-esittelytiedoissa kuitenkin selviää kaksi tehtävätyyppiä: *suljetut tehtävät* eli monivalinnat ja *avoimet tehtävät*, joissa vastaus syötetään tyhjään kohtaan joko kirjoittaen tai valiten alavetovalikosta. ”Avoimia” siinä merkityksessä, kun Suomessa tämä mielletään, ei ole yksikään tehtävistä, sillä vastaukset ovat yksikäsitteisiä. Avoimet tehtävät muistuttavatkin paljon kielten kokeissa käytettyjä produktiivisia aukkoitehtäviä.

Zadanie 6. (kategoria 1)
Na wykresie przedstawiono funkcję f:

Dziedzina funkcji f jest zbiór: [,]

Funkcja f posiada najmniejszą wartość równą:

W przedziale (-1,0) funkcja f jest

W przedziale (0,2) funkcja f wyraża się wzorem: $f(x) =$

$x^2 +$ $x +$

Dla $x =$, $f(x) = 2$

Kuva 9. Puolalaisittain avoin tehtävä paloittain määritellyn funktion arvoihin liittyen.



Koejärjestelmässä on käytössä samantyyppinen laskin kuin Alankomaiden kokeessa. Nähtävillä olevien tehtävien perusteella mikään vastaus ei ole sellainen, että sen kirjoittamiseen tarvitsisi erityistä kaavaeditoria. Esimerkkeinä olleissa tehtävissä ei ole viitteitä kaavaeditorin käytöstä, eikä kaavaeditori oletettavasti kuulu koealustan työkaluihin. Kokeesta kertovalla internetsivustolla kerrotaan myös, että kokeen voi suorittaa sekä online- tai offline-tilassa. Sivustolta ei kuitenkaan käy ilmi, voiko kokeen aikana hyödyntää muita internetsivuja vai onko järjestelmä lukittu.

E-maturassa on myös mielenkiintoinen pedagoginen ulottuvuus, jossa opettaja pystyy kokeen aikana antamaan opiskelijalle palautetta hänen suoriutumisestaan tai vaikkapa ohjaamaan kokelasta oikean ratkaisun tuottamiseen (tuskin kuitenkaan ylioppilaskokeessa). Tähän opettaja voi käyttää tekstieditoria tai web-kameraa. Videoita on tämän toiminnon lisäksi hyödynnetty myös tehtävienannoissa. Valitettavasti kokeista on internetissä vain pdf-tiedostot, joten videoiden sisältöön ei pääse käsiksi.

Puolan koekysymyksiä:

- [E-maturan kotisivu](#)
Zasoby platformu → *Material dydaktyczy – zestawy egzaminacyjne.pdf* (pilottikokeet 2011 ja 2012 sekä toteutunut yo-koe 2013)
→ *Material dydaktyczy – e-korepetycje.pdf* (tehtäviä aihealueittain)
→ muissa tiedostoissa mm. eri tasojen vaatimukset, koetulosten analyysiä, käyttöjärjestelmän ohjeita



Yhteenveto

Tarkastellut maat ovat ratkaisseet ylioppilaskokeidensa sähköistämisen monin eri tavoin. Huomioitava on kuitenkin se, että jokaisella maalla on oma noudattamansa opetussuunnitelmansa. Jokaisella maalla on siis omat lähtökohtansa toteuttaa matematiikan ylioppilaskirjoitukset, eikä Suomen tilanne voi suoraan rinnastaa minkään maan tilanteeseen.

Voidaan kuitenkin todeta, että jo monessa maassa sähköistäminen on pystytty tekemään toimivasti ilman radikaaleja muutoksia entiseen. Edellä käsitellyistä maista kaikissa tietokone on käytännössä vain korvannut kynän ja paperin. Suomen tapauksessa kokeen lopullisesta luonnetta määrittää vahvasti se, onko kokelailla vapaa pääsy internetiin vai tehdäänkö koe suljetussa testiympäristössä.

[Digabi-projektin sivulta](#) löydät tietoa Suomen ylioppilaskokeen sähköistämisestä